මහානාම විද්‍යාලය

කොළඹ 03

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය , 2020 ඔක්තෝම්බර්

13 ශ්‍රේණිය - අවසාන වාර පරීක්ෂණය ,2020 සැප්තැම්බර්

සංයුක්ත ගණිතය II	10	S	11

B කොටස

11. (a) නිශ්චලතාවයෙන් ගමන් ඇරඹූ රොකට්ටුවක් a නියත ත්වරණයෙන් සිරස්ව ඉහළ නගී. T කාලයකට පසුව A නම් අංශුවක් ඉන් ගිලිහෙන අතර A අංශුව ගිලිහී t කාලයකට පසුව B නම් තවත් අංශුවක් ඉන් ගිලිහේ. B අංශුව ගිලිහී t කාලයකට පසුව A අංශුව ක්ෂණික නිසලතාවයට පත්වේ. A සහ B අංශු ගිලිහී ක්ෂණික නිසලතාවයට පත්ව t' සහ t'' කාලයකින් පසුව V' සහ V'' ප්‍රවේගයන්ගෙන් පිළිවෙලින් ඒවා පොළවට පතිත වේ නම් A සහ B අංශුන්ගේ චලිතයන් සාමාන්‍ය ගුරුත්වය යටතේ සිදුවේ යයි උපකල්පනය කර එකම ප්‍රවේග කාල ප්‍රස්ථාරයක ඇඳ දක්වන්න. ඒ නයින්,

(i) $\dfrac{T}{t} = \dfrac{2g}{a}$ බව පෙන්වන්න.

(ii) A අංශුව ක්ෂණික නිසලතාවයට පත්වන මොහොත වන විට B අංශුව, A අංශුව ට $\frac{3}{2}\,t^2(a+g)$ දුරකින් පවතින බව පෙන්වන්න.

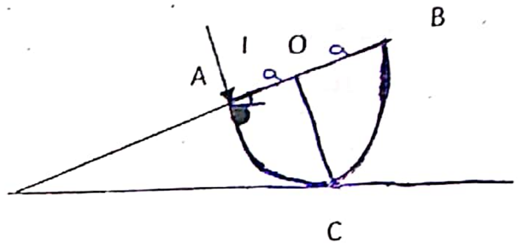
(iii) $\lambda = \dfrac{2g}{(a+2g)}$ බව පෙන්වන්න. මෙහි λ යනු A සහ B අංශු ඒවායේ ක්ෂණික නිසලතා පිහිටුමේ සිට පොළවට පතිත වීමට ගතවන කාල අතර අනුපාතයයි.

$\lambda\mu = 1$ නම්, රොකට්ටුවේ ත්වරණය $a = 2(\mu - 1)g$ ලෙස ලිවිය හැකි බව අපෝහනය කරන්න.

Scanned with CamScanner

b) කාලය $t = 0$ විට B නැව A නැවට කිලෝමීටර d දුරක් නැගෙනහිර දිශාවෙන් පිහිටයි. A නැව දකුණෙන් 60° ක් නැගෙනහිර දිශාවට පොළවට සාපේක්ෂව v kmh^{-1} වේගයෙන් ද, B නැව පොළවට සාපේක්ෂව u kmh^{-1} වේගයෙන්ද ගමන් කරයි. $(u>v)$ A නැව අල්ලා ගැනීම සඳහා B ගමන් කළ යුතු දිශාව සොයන්න. හමුවීමට ගතවන කාලය $t = \frac{d}{2}\ \frac{-\sqrt{3}v+\sqrt{4u^2-v^2}}{u^2-v^2}$ බව පෙන්වන්න. B නැව එම වේගයෙන්ම දකුණින් 60° බටහිරට වූ දිශාවකට ගමන් කරයි නම් හා $u = 20\ kmh^{-1}$ සහ $v = 10\ kmh^{-1}$ නම් නැව් දෙක අතර කෙටිම දුර සොයන්න.

12. a) කේන්ද්‍රය O ද අභ්‍යන්තර අරය a ද වන සුමට අර්ධ ගෝලීය පාත්‍රයක් එහි ගැට්ට තිරසට 30° ක් ආනත වන සේ රූපයේ දක්වා ඇති පරිදි අවල තිරස් තලයක් මත වූ C ලක්ෂ්‍යයකට අවලව සවි කර ඇත. පාත්‍රයේ ගැට්ටේ පහළම ලක්ෂ්‍යය A ද ඉහළම ලක්ෂ්‍යය B ද වන අතර A , B , C ලක්ෂ්‍ය එකම සිරස් තලයක පිහිටයි.



ස්කන්ධය m වන P අංශුවක් A ලක්ෂ්‍යයේ අවලව තබා, පාත්‍රයේ ඇතුළු පෘෂ්ඨය දිගේ ABC තලයේ චලනය වන සේ එම අංශුවට AB ට ලම්බව I ආවේගයක් දෙනු ලැබේ.

i. P අංශුවේ ආරම්භක ප්‍රවේගය සොයන්න.

ii. P අංශුව යටි අත් සිරස සමග OP රේඛාව α කෝණයක් සාදන පරිදි C හා B අතර පිහිටන විට, අංශුවේ ප්‍රවේගයත් පාත්‍රය මගින් අංශුව මත යෙදෙන ප්‍රතික්‍රියාවත් සොයන්න.

iii. අංශුව B ලක්ෂ්‍යය තෙක් ගමන් කරයි නම්, $I \geq \frac{m}{2}\sqrt{10ga}$ බව පෙන්වන්න.

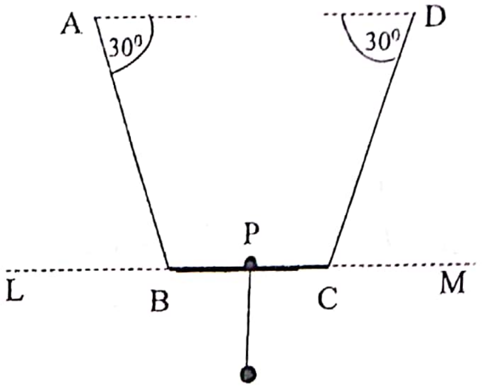
b) ABC ත්‍රිකෝණය යනු ස්කන්ධය M වූ කුඤ්ඤයක සිරස් හරස්කඩක් වන අතර එහි $\hat{B} = \frac{\pi}{2}$ හා $\hat{A} = \frac{\pi}{6}$ ක් වේ. කුඤ්ඤයේ AB අයත් මුහුණත තිරස් සුමට මේසයක් සමග ස්පර්ශව ඇති අතර නිදහසේ චලනය වීමට හැක. C හි සවිකර ඇති කුඩා සුමට සැහැල්ලු කප්පියක් මතින් යන සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තුවකින් ඈදා ඇති ස්කන්ධය m හා m' $(m > m')$ වූ කුඩා අංශු දෙකක් පිළිවෙලින් කුඤ්ඤයේ BC සහ AC අයත් සුමට මුහුණත් මත තබා ඇත. පද්ධතිය නිශ්චලතාවයේ සිට සීරුවෙන් මුදාහල විට කුඤ්ඤය මේසය දිගේ F ත්වරණයෙන් හා අංශු කුඤ්ඤයට සාපේක්ෂව f ත්වරණයෙන්ද චලනය වේ නම්

(i) F හා f ත්වරණයන් සෙවීමට ප්‍රමාණවත් සමීකරණ ලියන්න.

(ii) $m' = \frac{m}{2}$ නම් F, f ත්වරණයන් සහ තන්තුවේ ආතතිය සොයන්න.

Scanned with CamScanner

13. ස්වභාවික දිග a වූ සර්වසම සැහැල්ලු ප්‍රත්‍යාස්ථ තන්තු දෙකක් එකම තිරස් මට්ටමේ වූ A හා B අචල ලක්ෂ්‍යය දෙකකට ගැට ගසා අනෙක් දෙකෙලර BC සැහැල්ලු තිරස් ආධාරකයක ට රූපයේ පරිදි සමමිතික ලෙස සම්බන්ධ කර ඇත. m ස්කන්ධය ඇති ළමයකු BC මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය වන P හි සිට ගන්නා මොහොතේ ම $7m$ ස්කන්ධය ඇති තවත් ළමයකු P ලක්ෂ්‍යයට ගැට ගැසූ සැහැල්ලු ප්‍රත්‍යාස්ථ තන්තුවක සීරුවෙන් එල්ලේ.



(i) BC ආධාරකය $2a$ දුරක් සිරස් ව පහළට ගමන් කර පද්ධතිය සමතුලිත වේ නම් පද්ධතියේ සිරස් සමතුලිතතාවය සැලකීමෙන් තන්තුවේ ප්‍රත්‍යස්තතා මාපාංකය $\lambda = 2mg$ බව පෙන්වන්න.

(ii) $7m$ ස්කන්ධය ඇති ළමයා පද්ධතිය සමතුලිත වන අවස්ථාවේ තන්තුව අතහරී නම් BC ආධාරකය සරල අනුවර්තී චලිතයක යෙදෙන බවත්, BC ආධාරකය LM තිරස් මට්ටමේ සිට x දුරින් ඇති විට එය $\ddot{x} + \frac{4g}{a}\left(x - \frac{a}{4}\right) = 0$ සමීකරණය තෘප්ත කරන බවත් පෙන්වන්න. සරල අනුවර්තී චලිතයේ දෝලන කේන්ද්‍රයත් විස්තාරයත් සොයන්න.

(iii) සරල අනුවර්තී චලිතයට අනුරූප වෘත්ත චලිතය සැලකීමෙන් $\sqrt{\frac{a}{g}}\left[\frac{\pi - \cos^{-1}\left(\frac{1}{7}\right)}{2}\right]$ කාලයකට පසු $2\sqrt{3ga}$ ප්‍රවේගයෙන් ළමයා සිරස්ව ඉහළට විසිවන බව පෙන්වන්න.

(iv) ළමයා BC ආධාරකය මත වැටෙන විට පද්ධතිය එහි මුල් පිහිටුමේ නිසලව පවතින බවත් ළමයා නැවත BC ආධාරකය මත වැටුනු විගස ම එය λm ස්කන්ධයක් අත්පත් කර ගන්නා බවත් උපකල්පනය කරමින් නව පද්ධතිය සරල අනුවර්තී චලිතයේ යෙදෙන බව පෙන්වන්න. එහි විස්තාරය සොයන්න.

(v) ළමයා ආධාරකය මත වැටුනු මොහොතේ සිට BC ආධාරකය $\frac{a}{2}$ දුරක් සිරස් ව පහළට චලනය වී නිශ්චල වීම සඳහා ළමයා තම ස්කන්ධයට සමාන ස්තන්ධයක් අල්ලා ගත යුතු බව පෙන්වන්න.

Scanned with CamScanner

14. (a) (i) $\underline{a}$ හා $\underline{b}$ යනු නිශ්ශුන්‍ය සමාන්තර නොවූ දෛශික දෙකක් නම් $\alpha\underline{a} + \beta\underline{b} = 0$ වීමට $\alpha = 0$ හා $\beta = 0$ විය යුතු බව පෙන්වන්න.

(ii) සරල රේඛාවක් මගින් ABC ත්‍රිකෝණයේ දික්කල BC පාදය D හිදී ද, AC හා AB පාද පිළිවෙලින් E හා F හි දී අභ්‍යන්තරව ද ඡේදනය කරයි. මෙහි $\frac{BD}{CD} = P\ (> 1), \frac{CE}{EA} = q$ හා $\frac{AF}{FB} = r$ වේ.

I. $\overrightarrow{EF} = \frac{1}{1+q}\overrightarrow{CA} + \frac{r}{1+r}\overrightarrow{AB}$ හා

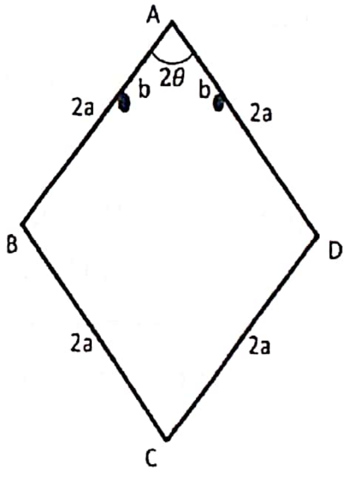
II. $\overrightarrow{DF} = \frac{p}{p-1}\overrightarrow{CA} + \frac{pr+1}{(1+r)(p-1)}\overrightarrow{AB}$ බව පෙන්වන්න.

ඒ නයින්, $pqr = 1$ බව අපෝහනය කරන්න.

(b) ඕනෑම Oxy තලයක වූ $ABCD$ චතුරස්‍රයක. A, B, C සහ D ශීර්ෂවල ඛණ්ඩාංක පිළිවෙලින් $(-2, 0)$, $(0, -2\sqrt{3})$, $(6, 0)$ හා $(0, 6)$ වේ. විශාලත්ව පිළිවෙලින් නිව්ටන් $6\sqrt{3}p, 4p, 2\sqrt{2}p, 3\sqrt{10}p$ හා $(\sqrt{3} + 1)p$ යන බල පිළිවෙලින් AB, CB, CD, AD හා CA පාද දිගේ එම අක්ෂර වලින් දක්වෙන දිශාවන්ට ක්‍රියා කරයි. බල පද්ධතිය සමතුලිත බව පෙන්වන්න. (අක්ෂ පද්ධතියේ පරිමාණය මීටර් වලින් ද බලවල විශාලත්වයන් නිව්ටන් වලින් ද දැක්වේ.)

CA පාදය දිගේ ක්‍රියාත්මක බලයේ විශාලත්වය $(\sqrt{3} + 2)p$ ලෙස වෙනස් කරයි නම් එවිට බල පද්ධතිය D හරහා ක්‍රියා කරන තනි බලයකට ඌනනය කරනු සඳහා බල පද්ධතියට එකතු කළ යුතු බල යුග්මයේ විශාලත්වය සොයන්න. එය ක්‍රියා කල යුතු අත සටහනක දක්වන්න.

15. (a) දිග 2a වූ ද බර W වූ ද AB, BC, CD සහ DA දඬු 4ක් ඒවායේ කෙළවරවලින් නිදහසේ සන්ධි කිරීමෙන් ABCD රාමු සැකිල්ලක් සකසා ඇත. $B\hat{A}D = 2\theta$ බව දී ඇත. මෙම රාමු සැකිල්ල A සන්ධියේ සිට b දුරකින් එක ම තිරස් තලයක වූ කුඤ්ඤ 2ක් මත යාබද රූපයේ දැක්වෙන පරිදි නිසල ව තබා ඇත. මෙහි $(b < a)$ වන අතර C සන්ධිය W භාරයක් උසුලයි.



(i) BC දණ්ඩ මත B හි ප්‍රතික්‍රියාව සොයන්න.

(ii) කුඤ්ඤ මත ප්‍රතික්‍රියා බල සොයන්න.

(iii) $5b = 12a\sin^2\theta$ බව පෙන්වන්න.

Scanned with CamScanner

17. (a) රෝහලක ඇති වාර්තා විශ්ලේෂණය කිරීමේදී , රෝහලේ ප්‍රතිකාර ගන්නා වයසක පිරිමි අතරින් කෙනෙක් සසම්භාවී ලෙස තෝරාගත් කළ පහත සඳහන් A, B, C සිද්ධි පිළිබඳව සම්භාවිතා කිහිපයක් අනාවරණය විය.

A : වයසක පිරිමියාට හෘද රෝග ඇත.

B : වයසක පිරිමියාට අධි රුධිර පීඩනය ඇත.

C : වයසක පිරිමියාට දියවැඩියාව ඇත.

A , B , C සිද්ධි අන්‍යෝන්‍ය වශයෙන් ස්වායත්ත බව ද P(A) = 0.1 , P(A∪B) = 0.37 සහ P(C) = 0.2 බව ද දී ඇත.

I. P(B) = 0.3 බව පෙන්වන්න.

II. $P(A'\backslash B')$ සොයන්න. A' හා B' යනු පිළිවෙලින් A හා B හි අනුපූරක වේ.

III. වයසක පිරිමියාට දියවැඩියාව ඇතිමුත් අධි රුධිර පීඩනයවත් හෘද රෝගයක්වත් නැතිවීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.

IV. වයසක පිරිමියා ඉහත සඳහන් රෝගී තත්ත්වවලින් එකකින් පමණක් පෙලෙන බව දී ඇත්නම් , එය හෘද රෝගය වීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.

(b) I. $x_1, x_2, x_3, \ldots \ldots x_n$ අගයන්හි මධ්‍යන්‍යය $\bar{X}$ අර්ථ දක්වන්න.

වාර විභාගයකදී සිසුන් 28 දෙනෙකු සංයුක්ත ගණිතය සඳහා ලබාගත් ලකුණු A සහ B විසින් සටහන් කරනු ලැබේ. A විසින් සටහන් කරන ලද ළමුන් 7 දෙනෙකුගේ ලකුණු පහතින් දැක්වේ.

28 , 56 , 23 , 94 , 08 , 05 , 13

B විසින් ඉතිරි ළමුන් 21 දෙනෙකුගේ ලකුණු සටහන් කරන ලදී. එම ලකුණුවල ඓක්‍යය 846 වේ.

i. ළමුන් 28 දෙනාගේ ලකුණුවල මධ්‍යන්‍යය ගණනය කරන්න.

A ලකුණු සටහන් කිරීමේදී ලකුණු දෙකක් වෙනස් වී තිබිණි. ලකුණු 49 වෙනුවට සදොස්ව ලකුණු 94 ලෙස ද ලකුණු 50 වෙනුවට සදොස්ව ලකුණු 05 ලෙස ද සටහන් කර ඇති බව පසුව දැනගන්නා ලදී. පසුව A මෙම ලකුණු දෙක නිරවද්‍ය කරන ලදී.

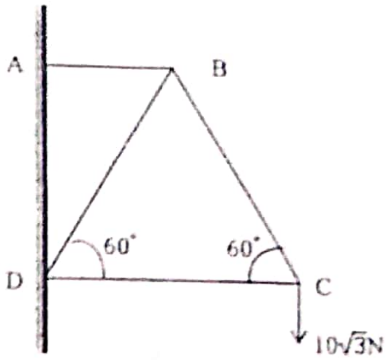
ii. මෙම ලකුණුවල වෙනස්වීම මධ්‍යන්‍යය කෙරෙහි බලපායිද? හේතු දක්වන්න.

II. $x_1, x_2, x_3, \ldots \ldots x_n$ අගයන්හි සම්මත අපගමනය S අර්ථ දක්වා $s^2 = \frac{\sum_{r=1}^{n} x_r^2}{n} - \bar{x}^2$ බව පෙන්වන්න.

X සහ Y යනු පිළිවෙලින් සංඛ්‍යා 20 ක් සහ 10 ක් අඩංගු වියුක්ත කුලක දෙකක් වේ. X හි සංඛ්‍යාවල එකතුව 320 ක් වන අතර ඒවායේ වර්ගවල එකතුව 5840 ක් වේ. Y හි සංඛ්‍යාවල එකතුව 130 ක් වන අතර ඒවායේ වර්ගවල එකතුව 2380 ක් වේ. X සහ X∪Y හි මධ්‍යන්‍යය සහ සම්මත අපගමන ගණනය කරන්න.

Scanned with CamScanner

(b) AB, BC, BD සහ CD සැහැල්ලු දඬු 4ක් එකිනෙක නිදහස් ව සන්ධි කර සකසන ලද රාමු සැකිල්ලක් යාබද රූපයේ දැක්වේ. එය A සහ D හි දී සිරස් බිත්තියකට සවි කර ඇත්තේ AB සහ CD දඬු තිරස්ව පිහිටන පරිදි ය. $B\hat{C}D = B\hat{D}C = 60^\circ$ බව දී ඇත. C සන්ධිය මත $10\sqrt{3}$N භාරයක් එල්ලා ඇත.

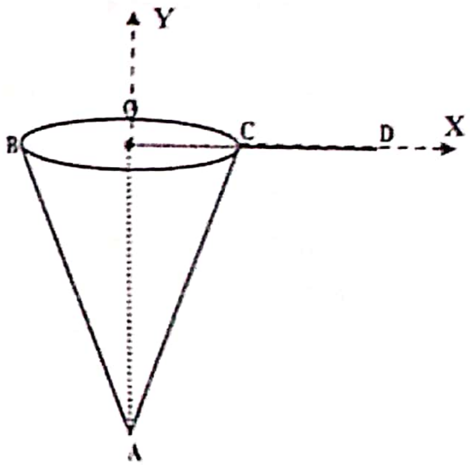


(i) බෝ අංකනයෙන් රාමු සැකිල්ල සඳහා ප්‍රත්‍යා බල සටහනක් අඳින්න. ඒ නයින්, සියළුම දඬුවල ප්‍රත්‍යා බල සොයා ඒ එකිනෙකක් ආතතියක් ද නැතහොත් තෙරපුමක් ද යන්න සඳහන් කරන්න.

(ii) ප්‍රත්‍යාබල සටහන භාවිතයෙන් A සහ D හි දී ප්‍රතික්‍රියාවන් සොයන්න.

16. අරය r වූ උස h වූ සෘජු ඒකාකාර තුනී කුහර කේතුවක ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය එහි ශීර්ෂයේ සිට $\frac{2}{3}h$ දුරකින් පිහිටන බව පෙන්වන්න.

යාබද රූපයේ දැක්වෙන වස්තුව සෑදී ඇත්තේ දිග 2R වූ ඒකාකාර CD දණ්ඩකින් හා අරය r වූ හා උස h වූ කුහර කේතුවකිනි. දණ්ඩේ ඒකක දිගක ස්කන්ධය m හා කේතුවේ ඒකක ක්ෂේත්‍රඵලයක ස්කන්ධය M නම්, OXY තලයේ වූ වස්තුවේ ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය $(\bar{x}, \bar{y})$. සොයන්න. මෙහි B, O, C සහ D ලක්ෂ්‍යයන් X අක්ෂය මත පිහිටන අතර, A සහ O ලක්ෂ්‍යයන් Y අක්ෂය මත ද පිහිටයි.



$\frac{m}{r} = M$ හා $R = 2r$ නම්, $(\bar{x}, \bar{y}) = \frac{20r}{4r+z_0}, \frac{-hz_0}{3(4r+z_0)}$ බව පෙන්වන්න.

මෙහි $z_0 = \pi\sqrt{r^2 + h^2}$

D ලක්ෂ්‍යයෙන් එල්ලූ විට වස්තුව සමතුලිතව පැවතීම ට එහි CD කොටස, යටිඅත් සිරස සමඟ පැවැතිය යුතු කෝණය සොයන්න.